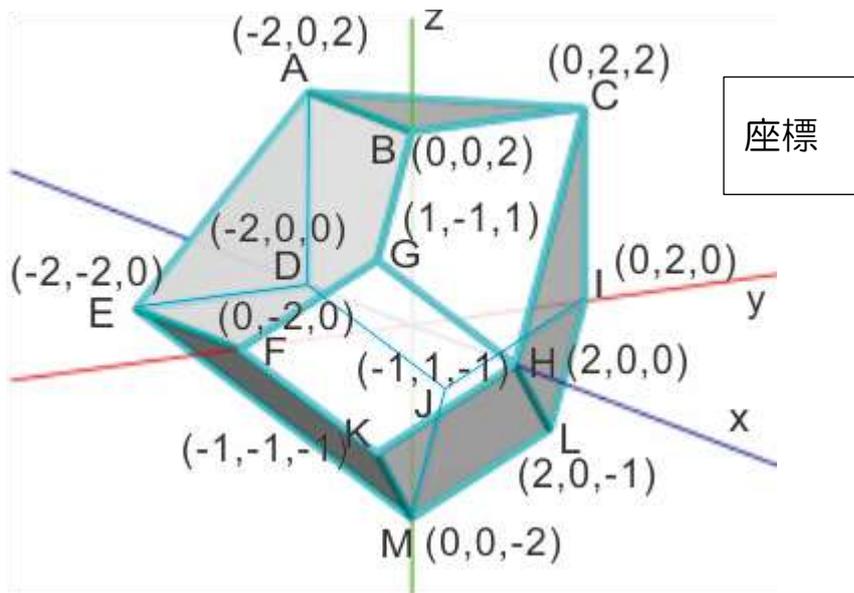


空間充填11面体

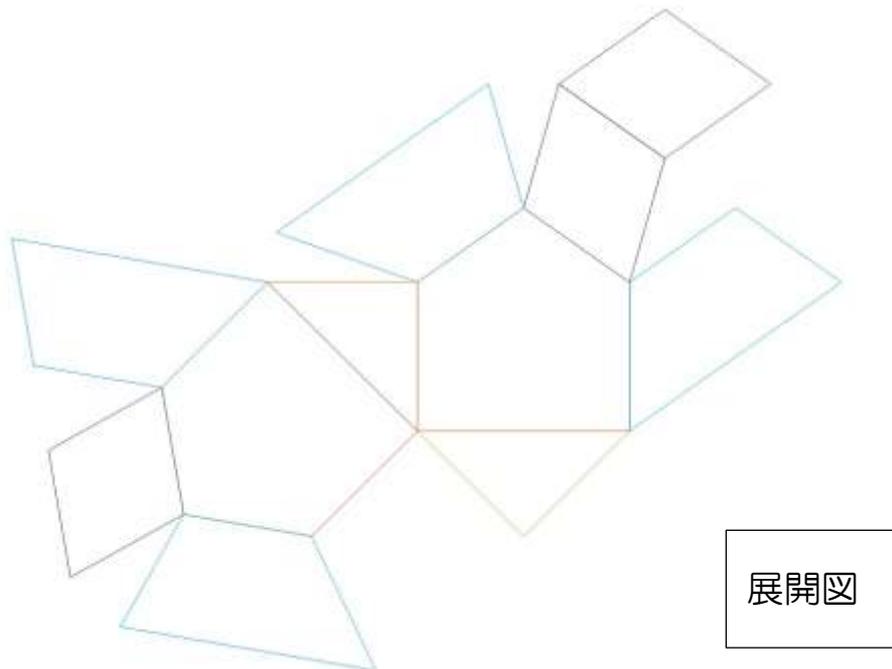
山崎憲久

<https://geometryka.wordpress.com/2024/01/16/hendekaeder/>

上のページで紹介されている空間充填11面体を三野一也さんから教えていただいた。菱形12面体が内蔵されているという。



座標をもとに、展開図を書いてみた。

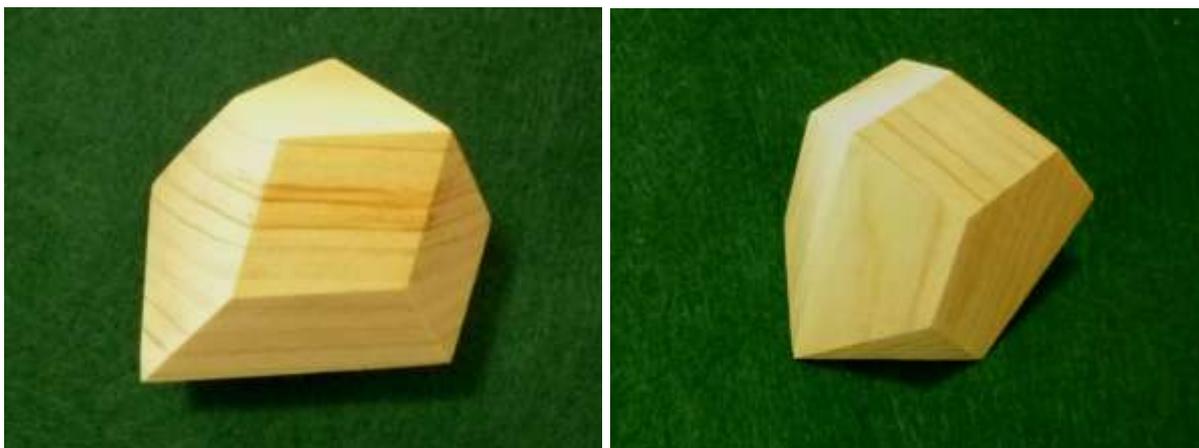


紙模型を作ってみる。

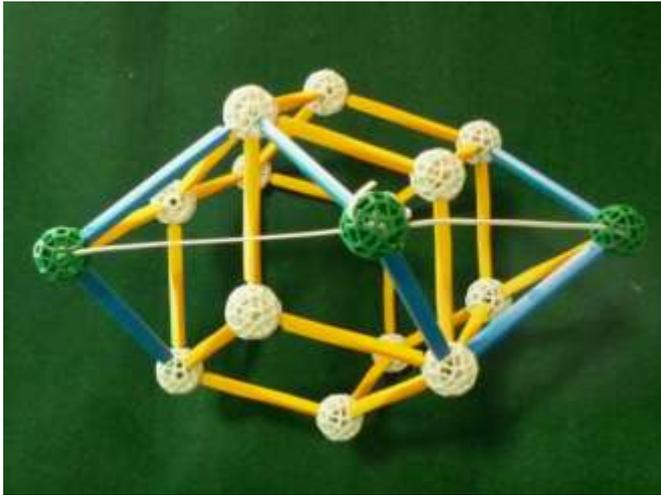


二面角を実測すると、
 90° が2つ、 135° が4つ、そのほかはすべて 120° と知れた。

木工法としては、正六角柱から菱形12面体を作るコースを基本として、正六角柱の一手前で止めて扇形角柱を作ればなんとかなりそうだと見当をつけた。実際、新たに定規を作る必要もなく出来上がった。

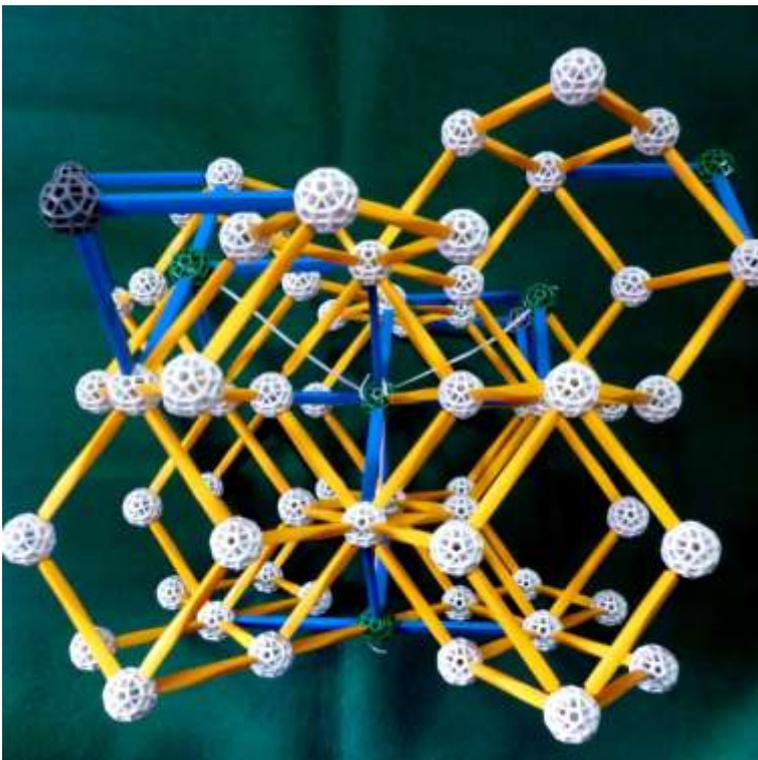


最大の関心は、菱形12面体をどのように分割して隣の菱形12面体に貼り付けたのかということだ。



これが11面体と内部の菱形12面体の位置関係。緑色のボールは隣接する菱形12面体の重心である。つまり、緑色のボールを頂点とする菱形底面の角錐は菱形12面体の12分の1等分体である。この菱形角錐が3つ分付加されている。さらにこの菱形角錐を白いワイヤーに沿って縦に2等分したものが左右1個ずつある。

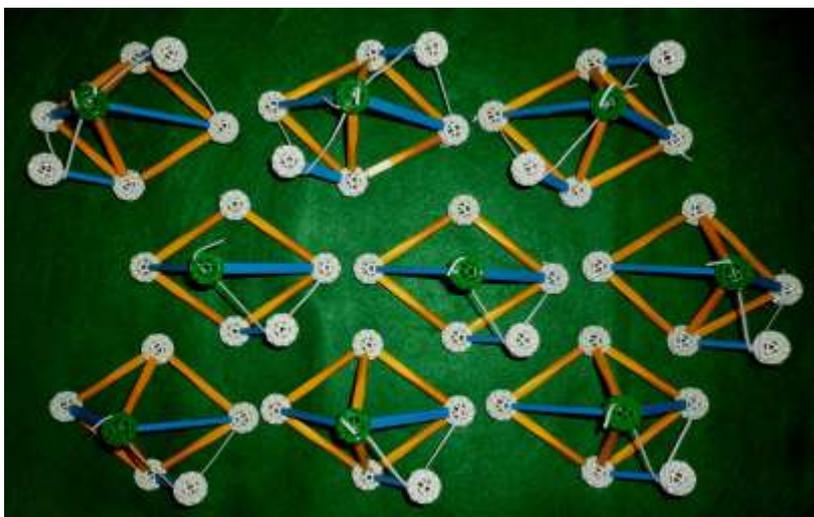
$$\begin{aligned} \text{よって11面体の体積} &= \text{菱形12面体の体積} \times \left\{ 1 + \left(\frac{1}{12} \times 3 + \frac{1}{24} \times 2 \right) \right\} \\ &= \text{菱形12面体の体積} \times \frac{16}{12} \end{aligned}$$



かといって1 1 面体3つで菱形1 2面体1個分を3等分しているわけではない。実際の充填の様子はゾムツール模型を作ってみないとわからなかった。上の模型の中心部の菱形1 2面体当たる部分を切り出してみたのが下の模型である。



分解すると以下のようになった。



菱形1 2面体の1 2等分体をAとすると、

上の3つは $A \times (1 + \frac{1}{4} \times 2)$

下の6つは同じ向きで $A \times (1 + \frac{1}{4})$ となっていた。

どのように思いつかれたものか俄かには想像できない複雑な構造であった。