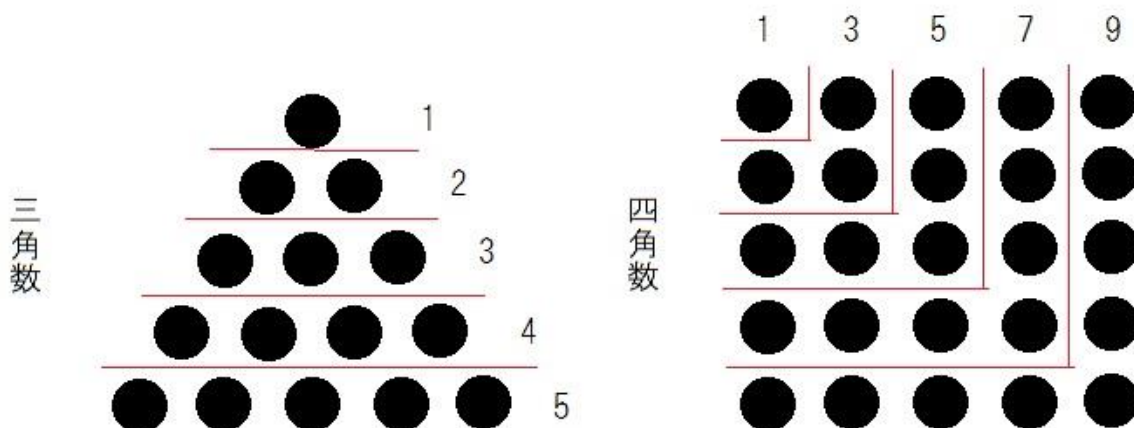


三角数と四角数（平方数）

ピタゴラスの小石並べとして有名な三角数と四角数



三角数は1, 2, 3, 4, 5、…の自然数

その和  $\Sigma = n(n+1)/2$

四角数（平方数）は1, 3, 5, 7, 9, …の奇数

その和  $\Sigma = n^2$

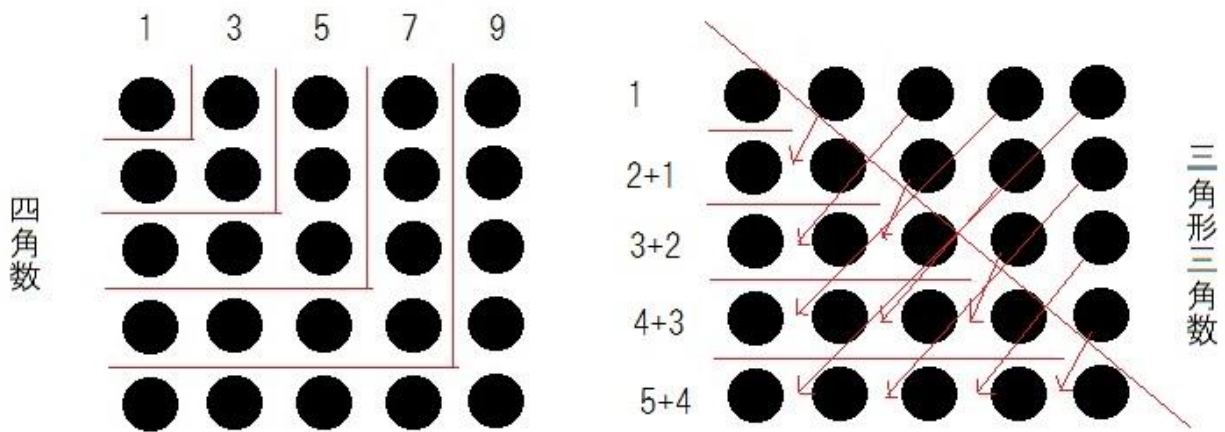
ところで、秋山仁先生が6月に京都大学で講演する際に必要ということで製作した断面が直角二等辺三角形の木製のブロックを積み上げてみると、



形は三角形だが、その数は4段で16個、3段で9個など、平方数となっている。



意外なことに、三角形を三角形に並べていくと四角数になるようだ。



小石並べと比較してみると、各段の隣り合う石の隙間に小石を詰めていった状況（右の図）と理解できる。

この場合の三角形三角数の和  $\Sigma = 1 + (2 + 1) + (3 + 2) + (4 + 3) + (5 + 4) + \dots$

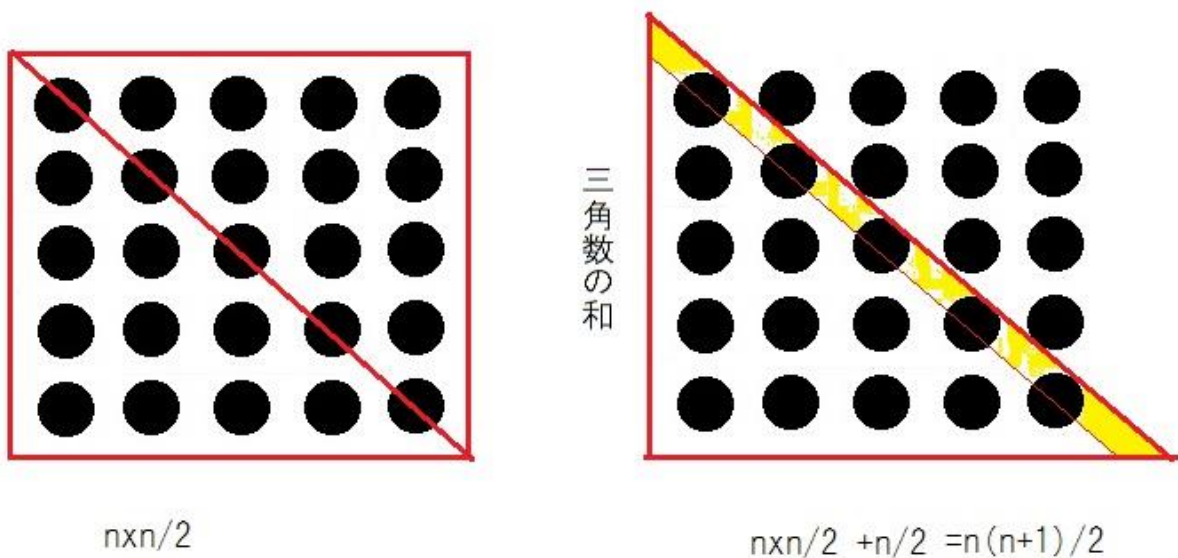
$$= 2 \sum_{1}^{n-1} n + n$$

$$= 2(n-1)n/2 + n$$

$$= n^2$$

ということで、結果的に平方数の和と同じになるらしい。

さて、このような図を見ていると、三角数の和の計算法についても考えてみた。



数としてではなく、図形としてみると、三角数の和は、左の四角数（平方数）の和の半分に加えたものである。