

正12面体と正20面体ではどっちが丸いか？

木製正多面体模型の活用法（その1）

中川宏

「正多面体を解く」（一松 信著、東海大学出版会）19 pでは、
 V/SR （体積を、表面積と重心から頂点までの長さで割ったもの）を比較して、
正12面体は0.25488
正20面体は0.31786
であることを解説して、「面数が増すにつれて球のもつ最大値1/3に近づく」と指摘されています。

他方、「不思議おもしろ幾何学事典」（D・ウェルズ著、朝倉書店）66 pには、
「驚くべきことには、一つと同じ球に正12面体と正20面体を内接させると、正12面体のほうが大きな体積を占める。それから考えると、正20面体は正12面体より側面の数は多いが、じつは正12面体のほうがより球面に近いということになる。」とあります。

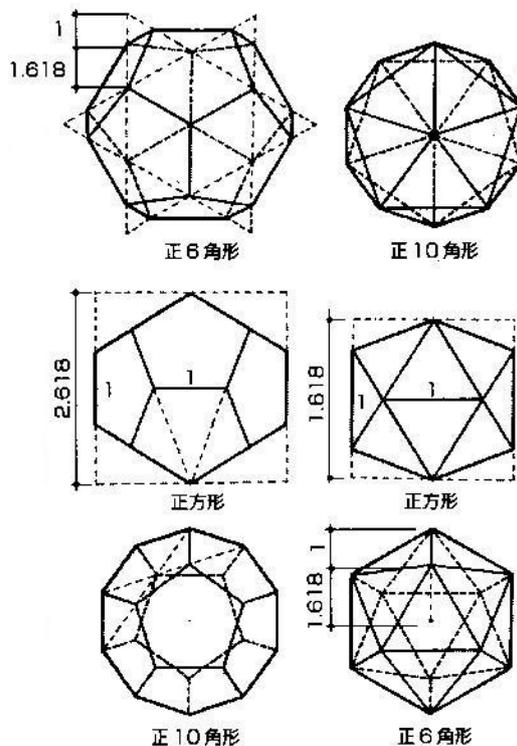
先月全国の附属中学校の数学の先生に問い合わせたところ、74校中8校から、3学期の正多面体の授業にぜひ木製正多面体模型を使いたいというご要望が寄せられたので、目下フル回転中なのですが、その合間の休憩時間にこの問題を考えてみました。

[1] 見た目と比較

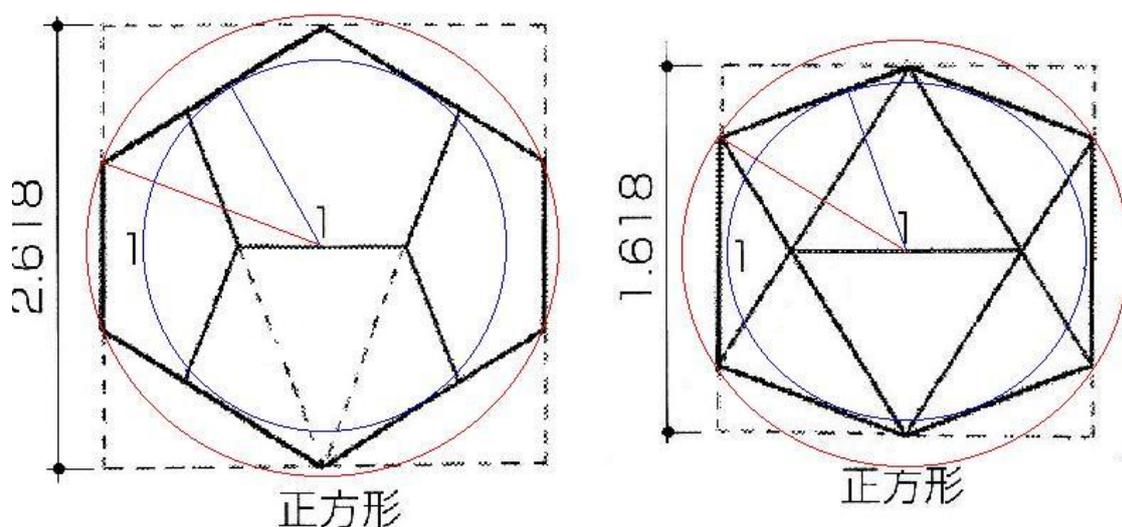
ひとはその判断をかなりの程度視覚的な情報に依存しています。人間の目は2つついてるので視差を利用して遠近感などある程度立体的につかむこともできるのですが、その効果は限定的でおおむね視覚情報は投影された平面図とっていいでしょう。

正12面体と正20面体を見ただ目で比較するといっても、それぞれいろんな方向から見る事ができますから、一概には言えません。そこで、特定の視点を定めて比較してみることにしましょう。宮崎興二先生の著作から右のような図解を借りてきました。上から点心中、辺心中、面心中とあります。左が正12面体、右が正20面体です。

一目瞭然なのは、点心中は正20面体が、面中



図では正12面体が、より丸いということです。ところが中段の辺心図はどうでしょうか。一目で見極めがつかますか？きわどいですね。そこで、それぞれの外接円と内接円と比較してみました。



		面積			面積	
正12面体	(一辺)1	4.736		正20面体	(一辺)1	2.118
外接円	(半径)1.4012	6.167		外接円	(半径)0.951	2.841
外接円との面積比		76.8%		外接円との面積比		74.6%
内接円	(半径)1.1135	3.894		内接円	(半径)0.7557	1.794
内接円との面積比		121.6%		内接円との面積比		118.1%

このように外接円と比較したばあいには正12面体のほうが円の面積により近いが、内接円と比較すると正20面体のほうが円の面積により近いという結果になりました。

以上から、見た目と比較する限りでは、1勝1敗1分け。正12面体と正20面体はどちらがより丸いか甲乙つけがたい、といえるでしょう。

